

**Concursul Național Studențesc de Matematică
"Traian Lalescu"
Ediția a IX-a, Sibiu, 19-21 mai 2016**

Secțiunea A

1. Găsiți numerele întregi x cu proprietatea că $x^{2016} + x^{2015} + \dots + x + 1$ se divide prin 2017.

2. Calculați

$$\lim_{h \searrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h}{1 + n^2 h^2}.$$

3. Considerăm subcorpul $K = \{a + bi + cj + dk \mid a, b, c, d \in \mathbb{Q}\}$ al corpului cuaternionilor. Arătați că:

- Ordinul oricărui subgrup finit al lui $(K \setminus \{0\}, \cdot)$ este de forma $2^\alpha \cdot 3^\beta$, cu $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$.
- Orice subgrup comutativ finit al lui $(K \setminus \{0\}, \cdot)$ are ordin 1, 2, 3, 4 sau 6.

4. Considerăm șirul de discuri $(D_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, discul D_n având raza $\frac{1}{n}$. Determinați latura minimă a unui pătrat în care pot fi amplasate fără suprapuneri toate discurile D_n , $n \in \mathbb{N}^*$.